Manuskript zu Führer, Lutz: Misstrauensregeln: In: Mathematik lehren, (1997) 85, S. 61-64. Abstract: In Meinungsmedien und in den Humanwissenschaften ist es üblich, mit Kurzinformationen zu argumentieren, die sich auf statistische Erhebungen oder Untersuchungen berufen. Jeder weiß, dass man solche Angeben mit einiger Skepsis begegnen sollte. Wie kann man Schülerinnen und Schüler in dieser Richtung sensibilisieren. (Wiederabdruck: s. http://www.friedrich-verlag.de/data/6B50ADFACEAD42B88102BED04C1045C2.0.pdf.)

Mißtrauensregeln

von Lutz Führer, Frankfurt am Main

In Meinungsmedien und in den Humanwissenschaften ist es üblich, mit Kurzinformationen zu agumentieren, die sich auf statistische Erhebungen oder Untersuchungen berufen. Jeder weiß, daß man solchen Angaben mit einiger Skepsis begegnen sollte. Spätestens seit Walter Krämers brillantem Bestseller sind zahlreiche teils amüsante, teils ärgerliche Beispiele bekannt, die diese Skepsis rechtfertigen. Leider nützen derartige Beispiele im Unterricht nicht viel. In der Regel handelt es sich um recht offensichtliche Entgleisungen unaufmerksamer Autoren, oder der Teufel steckt sehr tief im Detail verborgen, so tief, daß man ihm mit normalem, alltäglichem Aufwand kaum beikommt. Die Fälle, denen mathematische Regel- oder Interpretationsverstöße zugrundeliegen (z.B. fehlende Unabhängigkeit, Simpson-Paradoxon, Regressionsfalle, überschätzte Beweiskraft von Signifikanz), kommen glücklicherweise nicht so oft vor, auch wenn sie mitunter wegen ihrer pseudowissenschaftlichen Verkleidung gefährlichere Spuren in der öffentlichen Meinung hinterlassen können (vgl. dazu den Artikel von H. Boer in diesem Heft).

„Diese Zahnpasta wurde klinisch gestetet.“ Warum sagen die Werbeleute nicht, mit welchem Erfolg? Wie getestet wurde, können sie schon aus Zeitgründen nicht verraten.

„Sie sparen mit unseren Eurotech-Motoren 15% Benzin.“ Ich auch?

„Preisverfall gebremst!“

„SPD blockiert Reform und verhindert damit Steuerentlastung!“

„Frauen fahren sicherer!“

Der Gesundheitsminister: „Rauchen gefährdet Ihre Gesundheit.“

Die Tabakindustrie: „Wer gesundheitsgefährdet ist, tröstet sich mit Rauch.“

„Bayern (oder Entdeckungslernen) signifikant besser in Mathe als Nordlichter (bzw. Frontalunterricht)!“

„Bürger baut Höcker – Bei Tempo 30 sinkt der Schadstoffausstoß auf die Hälfte.“

„Die Regenwahrscheinlichkeit beträgt morgen 15%.“

„Die Homöopathie hat bisher keinen Wirksamkeitsnachweis erbringen können.“

Aus der Neuauflage eines verbreiteten Lehrbuchs für Mathematiklehrer:

> Zwei ungleichnamige Brüche sollen addiert, die Summe gekürzt und in eine gemischte Zahl umgewandelt werden. Für die einzelnen Operationen wurden in 6./7. Realschulklassen empirisch gewisse Lösungsprozentsätze zwischen 60 und 90% ausgemacht. Danach sei „nur folgender Lösungsprozentsatz zu erwarten: ... $0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \approx 0,35$.“ – Gut, daß immer nur zwei Büche addiert werden!

Was kann man tun? Ein altes Bonmot rät: „Trau keiner Statistik, die du nicht selbst gefälscht hast!“ Wir können uns das zwar vornehmen, es ist aber schwer durchzuhalten. Zu oft prasseln statistisch gestützte Argumente auf uns ein, und zu oft haben wir den Kopf nicht frei genug, als daß wir uns von „stochastischem Denken“ im doppelten Wortsinn ganz freihalten könnten: Wir werden von Statistiken und Wahrnehmungszufällen beeinflußt, und wir können im Alltag oft genug nur zufällig über mögliche statistische oder Faktenhintergründe nachdenken. Hinzu kommt, daß wir vieles persönlich nehmen oder nehmen sollen, obwohl wir genau wissen, daß große Zahlen vorausgesetzt sind.

Beispiele sind notwendig, weil sie den Finger in Wunden legen. Aber sie müssen immer schon herausgefunden sein, der Fehlertyp entdeckt, das Problematische aufgeworfen... Was man aus ihnen lernen sollte, sind nicht so sehr Tatsachen als heuristische oder Verhaltensregeln. Unterricht in Stochastik will ja nicht zur nachträglichen Besserwisserei erziehen, sondern vorbeugen, die Intuition zurechtrücken und ein wenig immunisieren.

Hier ist eine Liste solcher Regeln – sie ist natürlich unvollständig:

Einfache Mißtrauensregeln

1. Tragen die Zahlen Nennenswertes zur eigentlichen Botschaft bei, oder sollen sie nur Kritik abblocken? Mathematisierungen sind nicht an sich sinnvoll.
2. Was ist überhaupt die Botschaft, und wie hättest du sie verpackt? Warum hat der Absender sich nicht klarer ausgedrückt? Warum sagt er nicht direkt und ohne Zahlen, was er meint oder will?
3. Für wen arbeitet der Autor? Welche Nebeninteressen könnte er verfolgen?
4. Woher kann der Autor das wissen? Ist eine seriöse „Beweis“methode denkbar?
5. Von wem wurden die Daten (vermutlich) gewonnen, und wann? Gibt es überhaupt Kontrollmöglichkeiten?
6. Sind die Zahlenangaben unnötig genau?
7. Wie passen die Daten zur eigenen Einschätzung der Lage? (Wenn sie gar nicht zur eigenen Schätzung passen, wird man ohnehin mißtrauisch werden; unauffälliger und verführerischer sind tendenziöse Abweichungen.)
8. Werden Äpfel mit Nachttischlampen verglichen?
9. Passen die Daten zur Interpretation?
10. Welche Daten hätte man selbst gern zum Thema angegeben oder erfahren?
11. Werden suggestive, unscharfe Vokablen benutzt oder schiefe Vergleiche nahegelegt?
12. Liegt eine asymmetrische Datenverteilung zugrunde? Spielen Ausreißer wirklich keine Rolle?

Mißtrauensregeln für Fortgeschrittene

1. Das Wörtchen „signifikant“ sollte man stets mit dem Hintergedanken lesen „es sei denn, man hat gerade diesmal eine untypische Stichprobe erwischt“. Sind gar keine Daten in Sicht, dann bedeutet „signifikant“ meist nur soviel wie „(für den Autor) auffällig“, signalisiert gehobenes Insidersprachgefühl und deutet taktvoll-unverbindlich an, daß vorlaute Zweifler mit geheimen Einblicken und Argumenten rechnen müßten.
2. Was eine „repräsentative Stichprobe“ ist, läßt sich außerhalb der Qualitätskontrolle nur schwer und nur im Einzelfall sagen. In Alltagsnachrichten übersetzt man „repräsentativ“ am besten mit „können Sie unbesorgt glauben, war teuer genug, das Auswahlverfahren verstehen Sie eh nicht“.
3. Wo empirische Wahrscheinlichkeiten multipliziert werden, ist erhöhtes Mißtrauen angebracht. (Beispiel: Fehler- oder Risikoabschätzungen. Bei realen Daten läßt sich stochastische Unabhängigkeit nur sehr schwer sichern.)
4. Ebenso, wenn ursprünglich verbundene Merkmale für Häufigkeits- oder Mittelwertvergleiche entkoppelt werden (Simpson-Paradoxon, Regressionseffekt).
5. Wenn man keine Theorie oder Indizien für irgendeinen Funktionszusammenhang hat, sind Korrelationskoeffizienten belanglos und deshalb höchst verdächtig. Sie messen Linearitätsgrade (nach geeigneter Transformation) und nicht funktionale Abhängigkeiten.
6. Viele Standardverfahren setzen angenäherte Normalverteilung voraus. Bei deutlich asymmetrischen Verteilungen sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt und viele Schlüsse ungültig.

Im Unterricht habe ich mit ähnlichen (einfachen) Listen als Einstieg zur deskriptiven Statistik immer wieder gute Erfahrungen gemacht. (Die Liste für Fortgeschrittene stammt aus einer Stochastik-Veranstaltung für Lehrer; bzgl. der Hintergründe sei auf Borovcnik und Stelzl verwiesen.) Natürlich legte ich erst einmal typische (aktuelle oder erfundene) Zeitungsausschnitte, Buchtexte und „Stilblüten“ vor, um die einzelnen Punkte zu erläutern. Danach gingen sogar lustlose Grundkursschüler in Tageszeitungen oder Schulbüchern mit Begeisterung auf die Jagd, um „Punkte zu sammeln“. Ich will das hier nur mit ein paar Beispielen ohne Zuordnung illustrieren, meine kleine Sammlung verändert sich ständig, und Aktuelles oder Lokales sucht jeder interessierte Lehrer bestimmt lieber selbst. (Der Bezug zu den angegebenen Regeln wechselt übrigens mit jedem Unterrichtsgespräch.)

- Aus der Shell-Jugendstudie 1992, Band 4, Frage 42.4 „Selbst sexuelle Erfahrungen machen“: Von den jeweils über 600 befragten jungen Leuten in den Altersgruppen 13-16, 17-20, 21-24 bzw. 25-29 Jahre stimmten 13%, 18%, 16% bzw. 13% „erlebt im Alter bis 14 Jahre“ zu. Machen Sie daraus drei möglichst knallige Zeitungsüberschriften, ohne zu lügen.
- Nach einer Erhebung des Instituts der deutschen Wirtschaft entfallen 37% der Fehlzeiten von Arbeitnehmern auf den Freitag, 30% auf den Montag und nur 6% auf den Mittwoch. (Zitiert

nach „Die Zeit“ vom 27.8.93.) Formulieren Sie dazu eine kurze Presseerklärung zur Frage der „Karenztage“ (Anfangstage ohne Lohnfortzahlung) a) im Interesse der Unternehmerverbände, b) im Interesse der Gewerkschaften.

- Die Universität von South Shnabbeldibabb (gibt es zwar nicht, aber sie...) legte kürzlich folgende Examensstatistik für das Studienjahr 1996/97 vor:

Fakultät	Philosophie	Medizin	Ing'wiss.	Jura	WiSo	Math.-natw.
Kandidatinnen	2000	700	500	1000	2000	800
... davon bestanden	1020	420	350	600	1200	760
... in Prozent	51	60	70	60	60	95
Kandidaten	1000	500	3000	3000	3000	5000
... davon bestanden	500	200	1650	1500	1650	4500
... in Prozent	50	40	55	50	55	90

In verschieden Zeitungen konnte man am nächsten Tag folgende Meldungen lesen:

a) *Uni benachteiligt Frauen:* Mehr als doppelt so viele Männer bestanden das Examen.

b) *Männer doch etwas klüger?* Von den weiblichen Prüflingen bestanden 62,1%, von den männlichen 64,5%.

c) *Frauen in allen Fachbereichen besser!*

d) *Frauen besser, aber benachteiligt: Erhöht endlich den Frauenanteil!*

Versuchen Sie jede Schlagzeile aus der Statistik möglichst gut zu belegen. Halten Sie die Daten für realistisch?

- „Ende Juli 1997 lag die Arbeitslosenquote im Wirtschaftsraum Bonn/Rhein-Sieg bei 8,6 Prozent. Das ist richtig. Und: Ende Juli 1997 lag die Arbeitslosenquote im Wirtschaftsraum Bonn/Rhein-Sieg bei 7,7 Prozent. Stimmt auch... Wie man einen Bruch verkleinert, weiß jeder Grundschüler: Man muß nur den Nenner vergrößern. Das sollen jetzt auch die Statistiker in den Arbeitsämtern. Sie rechnen: ‘abhängige zivile Erwerbspersonen’ plus Selbständige plus mithelfende Familienangehörige gleich ‘alle zivilen Erwerbspersonen’...“ (Christiane Ruoß im Bonner General-Anzeiger vom 7.8.1997.) Was hat Frau Ruoß wohl dagegen einzuwenden? Suchen Sie ähnliche Beispiele in der Tageszeitung. (Hinweis: Hinter welchen Zahlendaten oder Schlagworten verbergen sich in Wahrheit Brüche?)

- Ein Fernsehsprecher am 6. September 1997: „6 bis 8 Millionen säumen die Straßen beim Trauerzug von Lady Di.“ Wie kann er so etwas wissen? Kann man es glauben? Vergleichen Sie mit der Bevölkerung Englands und der Entfernung von London bis Great Brington (Mittelengland). Unter den Zuschauern der Trauerfeier soll es 4,91 Mio. bei der ARD, 4,45 Mio. beim ZDF und 4,56 Mio. bei RTL gegeben haben. (Bonner General-Anzeiger vom 8.9.97, S. 3.) Glauben Sie das? Warum werden solche Zahlen veröffentlicht?

Besondere Vorsicht ist bekanntlich bei Tabellen und Grafiken angebracht. Es ist deshalb vernünftig, sie heute von der Primarstufe an immer wieder auch im Mathematikunterricht zu behandeln. Ich meine aber, man könnte hier noch etwas mehr für die gesunde Skepsis tun, indem man die Schüler auffordert, tendenzielle Verzerrungen oder kleine Betrügereien bewußt in ihre Datenaufbereitung einzuschmuggeln. Das ist nicht so einfach wie die nachträgliche Kritik an fremden Vorlagen, stärkt aber über den gewonnenen Respekt gegenüber Könnern die gebotene Vorsicht. Es geht natürlich leichter, wenn man ein paar Regeln für gute Tabellen und Grafiken kennt, gegen die man verstoßen kann. Hier sind einige Faustregeln für gute Tabellen und Grafiken (teilweise nach Ehrenberg, S. 253):

Faustregeln für gute Tabellen

1. Alle eingebrachten Zahlenangaben auf ein bis zwei wesentliche Ziffern runden!
2. Weniger Daten werden eher zur Kenntnis genommen: So grobmaschig wie möglich, so detailliert wie nötig!
3. Durchschnittswerte angeben, Streuung ebenso! (Vorsicht bei asymmetrischen Verteilungen und Ausreißern.)
4. Zeilen und Spalten möglichst der Größe nach ordnen!
5. Vertikale Zahlenvergleiche sind leichter als horizontale, sie drängen sich mehr auf.
6. Wichtige Zahlen sollten möglichst nahe beieinander stehen, damit sie bequem verglichen werden können.
7. Zu jeder Tabelle gehört eine Überschrift, eine Legende und eine kurze Textzusammenfassung.
8. Mit Rahmenlinien und Hervorhebungen sparsam umgehen!

Faustregeln für gute Grafiken

1. Die horizontale Achse dient gewöhnlich als Merkmals- oder als Zeitachse.
2. Die vertikale Achse dient gewöhnlich als Häufigkeitsachse.
3. Stab- und Balkendiagramme sind gleichwertig, wenn die Klassenbreiten gleich oder halbwegs vergleichbar sind.
4. Notwendige Verzerrungen bei schwer vergleichbaren Größenordnungen, weit entferntem Nullpunkt oder ungleichen Klassenbreiten sollten deutlich signalisiert werden. (Im Histogramm mit ungleichen Klassenbreiten steht die Rechtecksfläche, nicht die Höhe für die Häufigkeitsangabe. Das ist nicht jedem geläufig und führt leicht zu Mißverständnissen.)
5. Bildstatistiken fallen besonders auf und sind oft witzig, sie erschweren oder venebeln aber leicht jede vergleichende Übersicht.
6. Sehr heterogenes Datenmaterial sollte man gar nicht grafisch veranschaulichen, jedenfalls nicht mit nüchternen Standardmitteln. (Beispiel: Die Häufigkeitsverteilung der Jahreseinkommen im Bundesgebiet.)
7. Farben, räumliche Effekte und Verbindungslinien sollte man sparsam benutzen – und möglichst nur dann, wenn sie etwas zur Sache aussagen. (Moderne PC-Programme und -Drucker laden zu funktionslosem Schnickschnack ein. So manche „Präsentationsgrafik“ verwechselt Gehalt mit Form.)
8. So grob wie möglich, so detailliert wie nötig! Grafiken sollen Übersicht schaffen, nicht abschrecken und nicht verwirren.

Die folgenden Beispiele können nur Anregungen für den Unterricht sein. An ihnen (oder besser noch: an selbst entdecktem Material) können ähnliche Kataloge erarbeitet werden. Sie können aber auch als Diskussionsanregung für Besprechungen, Ergänzungen und Relativierungen fertig vorgelegter Kataloge dienen. Schließlich geben einige der Beispiele bemerkenswerte Vorbilder für kreative Schülerarbeiten mit dem Ziel bewußt irreführender Darstellung her.

< < *hier einige oder alle Beispiele aus der „Bildersendung“ an Herrn Herget* > >

Literatur:

Borovcnik, M.: Korrelation und Regression. In: Stochastik in der Schule 8.1 (1988), 5-32.

Borovcnik, M.: Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik. Mannheim: BI 1992.

Bundeszentrale für politische Bildung: Datenreport 1992. Bonn 1992.

Ehrenberg, A.G.: Statistik oder Der Umgang mit Daten. Weinheim: VCH 1986.

Huff, D.: How to Lie with Statistics. Harmondsworth: Penguin Books 1986 (Orig. 1954).

Koberstein, H.: Statistik in Bildern. Stuttgart: Poeschel 1973.

Krämer, W.: So lügt man mit Statistik. Frankfurt/M.: Campus 1991. (Sehr empfehlenswert!)

Krämer, W.: Wir kurieren uns zu Tode. Frankfurt/M.: Campus 1993.

Kütting, H.: Didaktik der Stochastik. Mannheim: BI 1994.

Padberg. F.: Didaktik der Bruchrechnung. Heidelberg u.a.: Spektrum (2. Aufl.:) 1995, S. 89.

Riedwyl, H.: Graphische Gestaltung von Zahlenmaterial. Bern: Haupt 1975. (Sehr empfehlenswert!)

Stelzl, I.: Fehler und Fallen der Statistik. Bern: Huber 1982. (Math. anspruchsvoll.)

Wagemann, E.: Der Narrenspiegel der Statistik. Hamburg: Hanseatische Verlagsanstalt 1942.

Weigel, H.: Der exakte Schwindel. München: dtv 1981.

Witte, E.H.: Signifikanztest und statistische Inferenz. Stuttgart: Enke 1980. (Math. anspruchsvoll.)

Adresse des Autors:

Prof. Dr. Lutz Führer, Institut für Didaktik der Mathematik der Goethe-Universität, 60054 Frankfurt am Main.